

# Использование вронскиана для анализа термограммы добывающей скважины

Р.А. Валиуллин, М.Ф. Закиров\*  
Уфимский университет науки и технологий, Уфа, Россия

Проведены исследования функциональной зависимости термограмм в добывающих скважинах с целью определения начального распределения температуры по стволу скважины. Информация о первоначальном тепловом поле позволяет обеспечить достоверность решения задачи об определении работающих интервалов в эксплуатационных скважинах. В данной работе предлагается способ выделения линейной зависимости на профиле термограммы в интервалах отсутствия движения флюида (в зумпфе работающей и по стволу простаивающей скважины) с помощью построения специальной функции – вронскиана. Установлено, что применение вронскиана можно использовать для восстановления геотермического распределения, а также определения значения геотермического градиента и температуры при анализе термограммы. Для обсуждения возможностей предлагаемого способа использованы три случая: модельная и две термограммы при реальном промышленном исследовании. Первым вариантом рассмотрена синтетическая термограмма при квазистационарном режиме работы скважины. Во втором и третьем случае приводятся результаты термометрических исследований в скважине при кратковременном вызове притока с пласта при одинаковом и различающемся литологическом строении интервалов в зумпфе. Полученный алгоритм может использоваться для выделения интервалов линейной зависимости при экспресс-обработках зарегистрированных термограмм с целью получения количественных параметров работы системы «скважина – пласт».

**Ключевые слова:** скважина, тепловое поле, термограмма, геотермический градиент, линейная зависимость, квазистационарный режим

**Для цитирования:** Валиуллин Р.А., Закиров М.Ф. (2023). Использование вронскиана для анализа термограммы добывающей скважины. *Георесурсы*, 25(4), с. 260–266. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.22>

## Введение

Для решения задач промышленной геофизики в действующих скважинах наиболее информативным параметром является температура. Воздействие внешних и внутренних факторов в системе «скважина – пласт» отражается на распределении температуры и это можно использовать для решения разного класса задач. По мнению авторов (Валиуллин и др., 2015, 2022а; Рамазанов, 2017), изменение теплового поля по стволу добывающей скважины определяется совместным действием термодинамических эффектов, таких как эффект Джоуля – Томсона, калориметрический эффект и т.д. Однако при определенных режимах работы скважины один из тепловых эффектов может преобладать над остальными.

В практике скважинной термометрии (Рамазанов 2017; Захарченко, 2017) для анализа возникающих термоаномалий необходимо построение геотермического распределения. Получение такого распределения может быть осложнено многими факторами (предистория работ на скважине, нарушение герметичности колонны и возникновение заколонных перетоков, короткий зумпф и т.д.). В остановленной скважине (Меркулов, 2008) могут наблюдаться интервалы с различными градиентами

температуры. Такое поведение обусловлено термическими свойствами горных пород (теплопроводность, теплоемкость и т.д.). Поэтому изучение теплового поля в скважине позволяет связать литологию окружающих пород и теплофизические процессы, происходящие в системе «скважина – пласт». Таким образом, для решения перечисленных задач возникает необходимость поиска на термограмме линейной зависимости по глубине.

В последнее время объем промышленных исследований возрос благодаря развитию технологий скважинных измерений: появлению распределенных датчиков (Валиуллин и др., 2013), оптико-волоконных систем измерений температуры. Это приводит к необходимости развития методов экспресс-обработки термограмм (Закиров и др., 2020, 2022; Валиуллин и др., 2022б) и прогноза положения по глубине интервалов с заданной зависимостью (Митрофанов, 2019) с целью определения параметров работы системы «скважина – пласт». Т.е. необходимо разработать алгоритмы выделения физических закономерностей на регистрируемых промышленных результатах для того, чтобы предложить для геофизической отрасли эффективные методы по обработке материала. Это возможно сделать несколькими путями: 1) на основе математического моделирования; 2) отбора промышленно-геофизических результатов с созданием базы данных и знаний с характерными признаками.

Данная работа посвящена опробованию способа выделения на термограмме интервалов линейной зависимости для использования в автоматизированной обработке промышленных термограмм.

\* Ответственный автор: Марат Финатович Закиров  
e-mail: [zakirovmf@mail.ru](mailto:zakirovmf@mail.ru)

© 2023 Коллектив авторов

Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>)

## Материалы и методы

Рассмотрим суть способа по определению интервалов с линейной зависимостью. Пусть функции  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ ,  $y_3(x)$ , ...,  $y_n(x)$  непрерывны вместе со своими производными (до  $n-1$  порядка включительно) на интервале  $(a; b)$ . Определитель Вронского (вронскиан) указанной системы функций задаётся следующей формулой (Ильин, 2010):

$$W(y_1, y_2, \dots, y_n) = \begin{vmatrix} y_1(x) & y_2(x) & \dots & y_n(x) \\ y_1'(x) & y_2'(x) & \dots & y_n'(x) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ y_1^{(n-1)}(x) & y_2^{(n-1)}(x) & \dots & y_n^{(n-1)}(x) \end{vmatrix} \quad (1)$$

Для того, чтобы функции  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ ,  $y_3(x)$ , ...,  $y_n(x)$  были линейно независимыми на  $(a; b)$ , достаточно выполнения условия  $W(y_1, y_2, \dots, y_n) \neq 0$  хотя бы в одной точке интервала  $(a; b)$ . Т.е. если  $W(y_1, y_2, \dots, y_n) = 0$  для всех значений переменной из интервала  $(a; b)$ , то функции  $y_1(x)$ ,  $y_2(x)$ ,  $y_3(x)$ , ...,  $y_n(x)$  в общем случае будут линейно зависимы.

Рассмотрим пример термограммы в стволе добывающей скважины, зарегистрированной на притоке (рис. 1).

Как видно из термограммы, существуют интервалы с практически линейной зависимостью: 1) нижний интервал (ниже подошвы работающего интервала) определяется характером геотермического распределения в интервале глубин (1350–1370 м); 2) выше кровли пласта – согласно конвективному теплообмену восходящего потока флюида – параллельно геотермическому распределению – выше глубины 1320 м.

В нашем случае, если две функции – экспериментальная и модельная термограммы – будут линейно зависимы, тогда вронскиан будет равен нулю. Следовательно согласно (1), в этом интервале из исходной промысловой термограммы можно выделить соответствующую линейную зависимость. Для получения коэффициентов линейной зависимости также необходимо использовать линейную регрессию при обработке температурного сигнала:

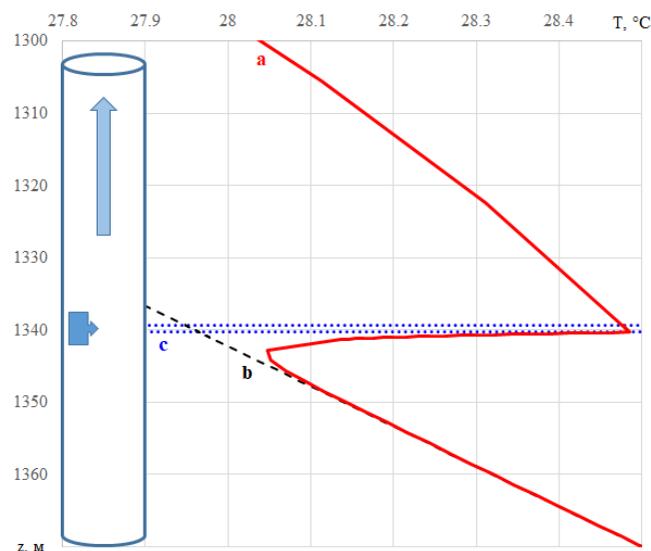


Рис. 1. Модельная термограмма для случая одного работающего интервала: а – термограмма на притоке; б – геотермическое распределение; с – интервал перфорации

В общем виде для выделения линейной зависимости на экспериментальных данных необходимо выполнить следующие шаги.

- 1) выбор первоначального интервала обработки из промысловых результатов, начиная с забоя скважины (необходим интервал, где будет более 3-х точек отсчета из-за требований регрессионного анализа);
- 2) определение параметров линейной зависимости;
- 3) определение вронскиана с использованием промысловой термограммы и модельной линейной зависимости;
- 4) анализ значений вронскиана во всем интервале глубин и определение интервала, где значения определителя Вронского стремятся к нулю;
- 5) при отсутствии заданных интервалов расширение диапазона анализа промысловой термограммы вплоть до подошвы работающего интервала или устья скважины с последующим расчетом вронскиана согласно п.2;
- 6) определение технологических характеристик из полученной линейной зависимости.

## Результаты

### Пример 1. Анализ модельной термограммы

Рассмотрим пример использования вронскиана. Для этого используем приведенную термограмму на рис. 1 и рассчитаем в каждой точке функциональную зависимость вронскиана (рис. 2).

В интервалах, где наблюдается минимальное показание вронскиана (рис. 2), кривая «w» (интервал 1357–1368 м, значение близкое к нулю) говорит о преимущественной линейной зависимости. В этом интервале «i» линейная зависимость термограммы определяется геотермическим распределением. Т.е. данный метод позволил автоматически (по поведению функции вронскиана) определить тип зависимости. В качестве дополнительного практического применения данный способ позволяет определить в интервале линейной зависимости геотермический градиент, который составил порядка 0,018 °С/м.

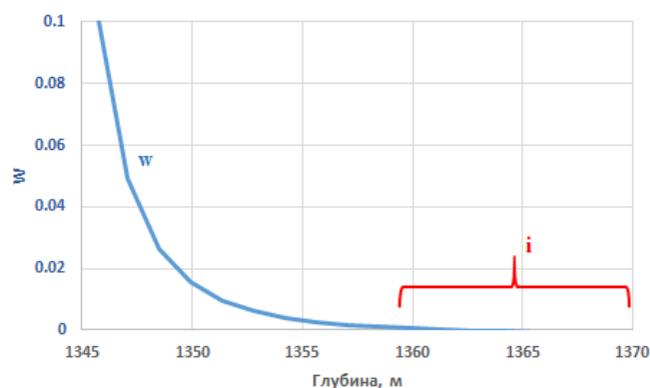


Рис. 2. Вид детализированного вронскиана в интервале зумпфа: w – вронскиан; i – интервал определения параметров

### Пример 2. Опробование на реальных данных

Рассмотрим использование вронскиана при анализе термограмм в добывающей скважине при компрессорном опробовании (рис. 3).

В данной скважине выполнены исследования в остановленной скважине «а», в процессе компрессирования «б» (репрессии) и серии замеров при притоке

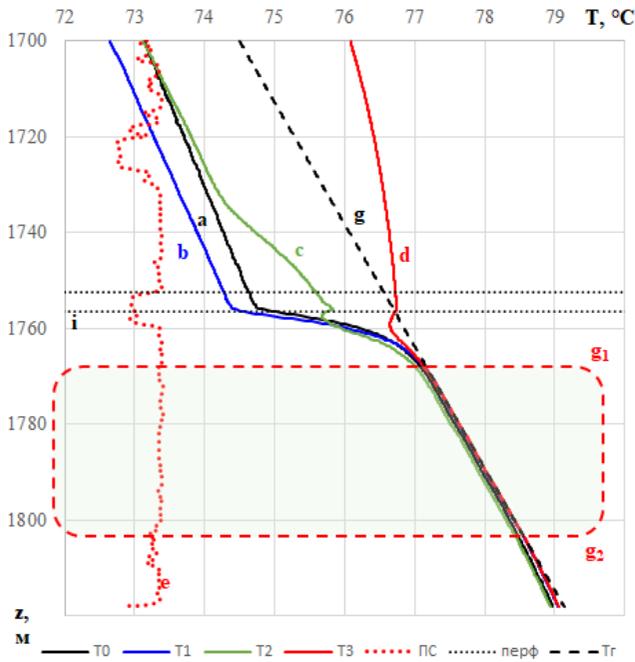


Рис. 3. Промысловые термограммы: а – фоновый; б – при компрессировании; с – при прорыве 1 пуск муфты; d – через 1 ч после разрядки; e – потенциал собственной поляризации; I – перфорация; g<sub>1</sub>–g<sub>2</sub> – поисковый интервал геотермического распределения

(депрессии) – термограммы «с, d». Согласно данным открытого ствола по кривой ПС (потенциала собственной поляризации), интервал g<sub>1</sub>–g<sub>2</sub> выделяется как «неколлектор». Учитывая, что характерных признаков движения жидкости в зумпфе скважины не наблюдается, то данный участок от подошвы перфорации до забоя можно использовать для восстановления линейного геотермического распределения. При получении геотермического градиента производится дифференцирование термограммы по глубине. При детальном анализе на реальной термограмме (рис. 4) могут наблюдаться малые флуктуации. Это связано с осложнениями при регистрации термограмм (Санду, 2015; Дежежко и др., 2020) вследствие влияния различных факторов (влияние работы скважины, шумы аппаратуры и т.д.). Поэтому возникает необходимость выполнения предварительного сглаживания реальной термограммы.

Так, при подробном анализе, несмотря на то что в интервале g<sub>1</sub>–g<sub>2</sub> (рис. 3) термограммы «а–d» имеют практически линейный тренд, кривые необходимо предварительно сгладить и отфильтровать выбросы. Для упрощения визуализации графиков рассмотрим применение вронскиана на примере термограммы «d» на притоке через 1 ч после разрядки скважины (рис. 4).

Существуют различные способы сглаживания зависимостей (Туктамышева, 2008; Зеливянская, 2016; Гладких, 2011). В настоящей работе было использовано экспоненциальное сглаживание в связи со способом расчета производной термограммы как функции от двух соседних точек по глубине. В отличие от метода «скользящего среднего», где прошлые наблюдения имеют одинаковый вес, экспоненциальное сглаживание присваивает им экспоненциально убывающие веса, т.е. новые точки – результаты дают больший вес при прогнозировании, чем старые точки

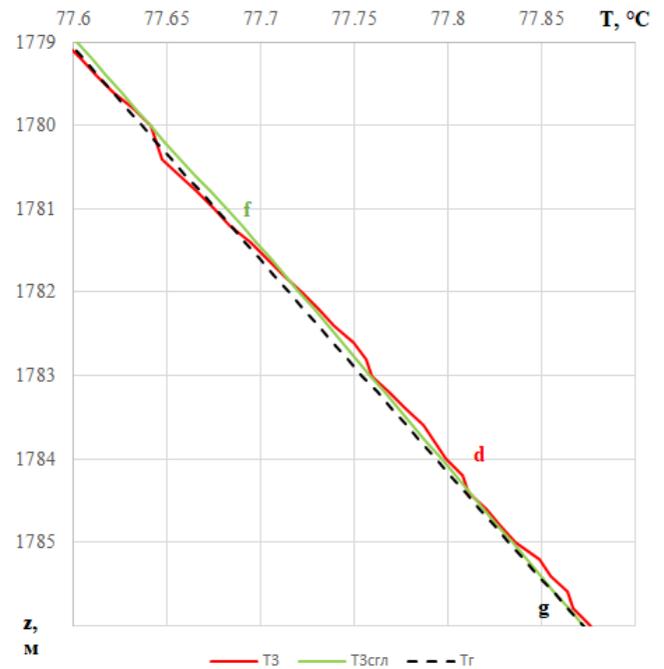


Рис. 4. Детализация термограммы (рис. 3) в зумпфе: d – через 1 ч после разрядки; f – сглаженная кривая в режиме «d»; g – искомое геотермическое распределение

наблюдения. Это позволяет создавать прогноз на продолжительном интервале по глубине и при этом сохранять общий тренд функции. В случае экспоненциального сглаживания формула выглядит следующим образом:

$$T_{czi,i} = \alpha * T_{i-1} + (1 - \alpha) * T_{czi,i-1} \tag{2}$$

где  $0 < \alpha < 1$ ;  $i > 2$ .

Параметр альфа определяет степень сглаживания. При значениях близких к 1, сглаженный ряд практически повторяет исходный ряд. Для медленно меняющегося ряда часто берут небольшие значения  $\alpha = 0,1$ ; а для быстро меняющегося –  $0,3-0,5$ . На рис. 4 приведен пример сглаживания с  $\alpha = 0,05$ .

Как видно из рис. 4, сглаживание позволяет убрать неоднозначности при вычислении производных по глубине. Т.к. параметр сглаживания будет являться также параметром влияния, исследуем поведение вронскиана, но при разных значениях степени сглаживания.

Из графика на рис. 5 можно сделать вывод, что при уменьшении степени сглаживания (значения, меньшие 0,02) на вронскиане наблюдаются меньшие флуктуации, однако и необходимых точек, когда вронскиан будет стремиться к нулю, будет меньше. Т.е. необходимо соблюдать «золотую середину» – сгладить термограммы, при этом не сильно искажив входные массивы. Другим способом определения интервалов, где будет наблюдаться стремление вронскиана к нулю, будут графики отклонения от среднего значения (рис. 6).

Как видно из рис. 6, значение вронскиана, стремящееся к нулю, наблюдается в диапазоне глубин 1770–1810 м. Чем меньше степень сглаживания, тем «уже» диапазон глубин, где вронскиан стремится к нулю. Точки, попавшие в диапазон 1750–1760 м, можно также включить в анализ, однако представительность таких данных составляет менее 1%, и поэтому в анализ они не были включены. Учитывая, что максимальное частое попадание значения

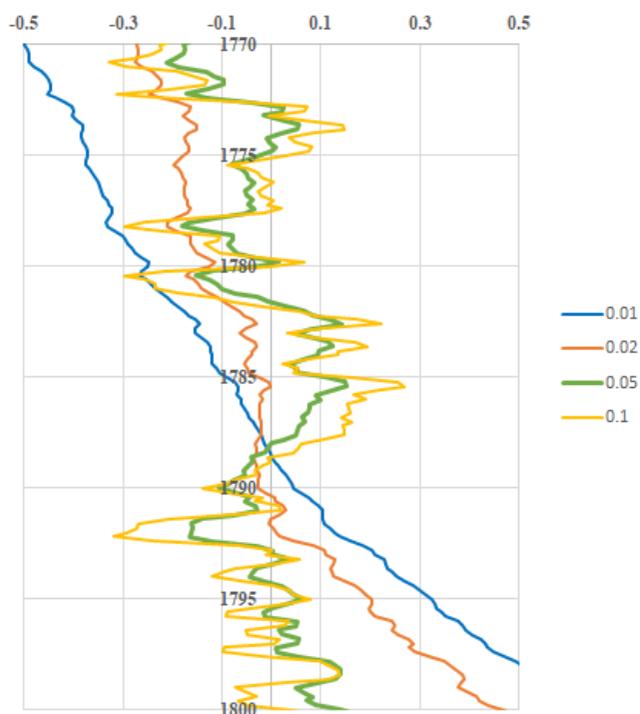


Рис. 5. Вид вронскиана по глубине, шифр кривых – это степень сглаживания

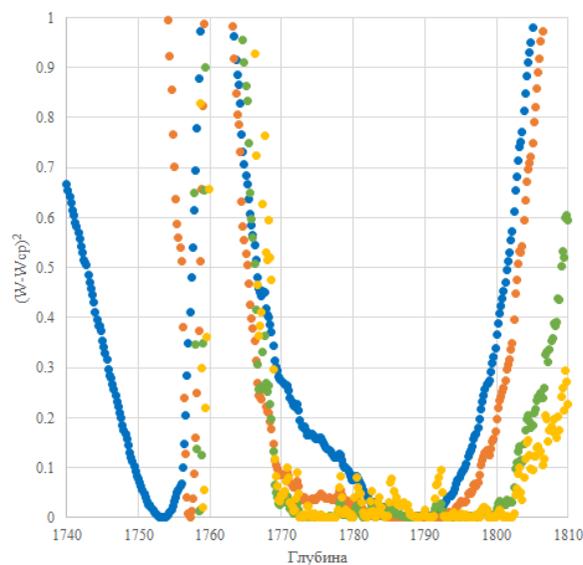


Рис. 6. Отклонение от среднего значения для вронскиана по глубине, где шифр кривых – это степень сглаживания термограммы

вронскиана, стремящегося к нулю, наблюдается в интервале глубин 1770–1810 м, тогда можно оценить по каждой степени сглаживания полученный интервал линейного тренда (рис. 7).

Как видно из рис. 7, несмотря на разные степени сглаживания линейный тренд наблюдается в интервале 1775–1790 м (пунктирное выделение). Т.е. даже при сглаживании исходной термограммы и с помощью метода вронскиана возможно определение интервалов линейного тренда. Согласно выявленному положению глубин линейной зависимости, было определено геотермическое распределение «g» (рис. 4). Геотермический наклон для термограмм (рис. 3, 4) получился равным



Рис. 7. Интервалы по глубине прогнозного линейного тренда, где шифр кривых – это степень сглаживания термограмм

$\Gamma = 0,039 \text{ } ^\circ\text{C}/\text{м}$ . Т.е. связка алгоритма экспоненциального сглаживания и вронскиана позволяет определить область линейного тренда на промысловых термограммах, зарегистрированных при проведении геофизических исследований скважин.

### Пример 3. Опробование на реальных данных

Рассмотрим случай применения вронскиана для термограммы с множеством линейных участков. При детальном изучении геофизического материала таких объектов видна характерная корреляция с разным литологическим строением пластов и, соответственно, с отличающимися теплофизическими характеристиками, например, теплопроводностью интервалов. Так, на рис. 8 представлена термограмма в зумпфе простаивающей скважины. На термограмме «а» выделяются четыре участка с собственными линейными трендами (рис. 8, пунктирные линии  $g_1 \dots g_4$ ). Т.е. в данной скважине при формировании теплового поля возникли различающийся темп и условия теплообмена с окружающими скважину горными породами в установленных интервалах.

Условный наклон данных участков рассчитан на кривой «g» (рис. 8, пунктирные линии и числовые значения-маркеры кривой «g»). Данные кривой потенциала собственной поляризации «e» косвенно подтверждают границы выделенных интервалов. В верхнем интервале 960–975 м может наблюдаться остаточный эффект от воздействия работающего интервала 946–950 м, расположенного выше глубины 960 м. 100% корреляции термограммы с литологическим строением разреза скважины не всегда удастся отметить, т.к. изменение теплового поля скважины связано со множеством процессов, происходящих в скважине и пластах. Однако при преимущественном проявлении одного из термодинамических процессов (в данном случае кондуктивного теплообмена) возможно возникновение ситуации, когда один или несколько участков термограммы имеют свой собственный линейный тренд (рис. 8, пунктирные линии). Воспользуемся методологией вронскиана (1) поинтервально для каждого участка (рис. 8, отрезки  $g_1 \dots g_4$ ). Образовавшаяся группа кривых вронскианов (рис. 8,  $w_1 \dots w_4$ ) имеет нулевые показания на участках, выделенных пунктирными прямоугольниками. Дополнительно можно отметить, что по стволу скважины можно найти участки линейного распределения температуры с одинаковыми наклонами (рис. 8,  $g_2, g_4$ ).

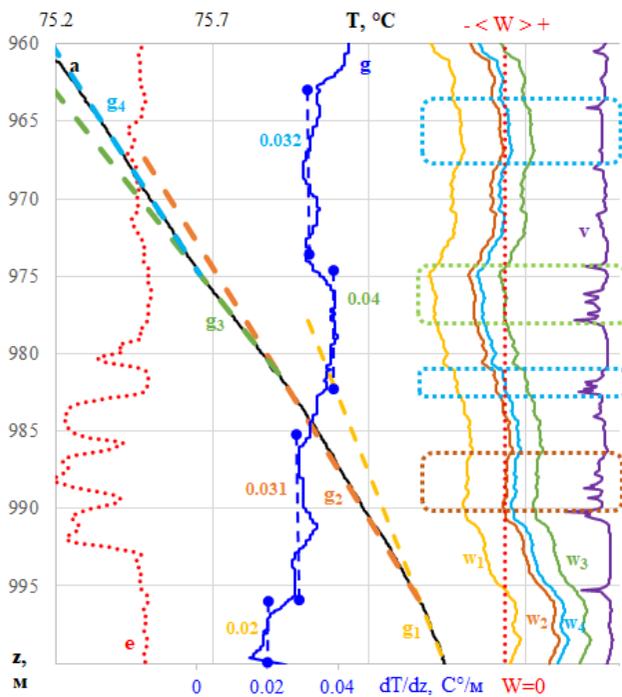


Рис. 8 Результаты поиска линейного тренда: *a* – термограмма при остановке; *e* – диаграмма потенциала собственной поляризации; *g* – градиент термограммы; *g*<sub>1</sub>...*g*<sub>4</sub> – участки линейного тренда; *w*<sub>1</sub>...*w*<sub>4</sub> – функции вронскиана; красные точки – линия  $W = 0$ ; *v* – обратная зависимость от вронскиана

Т.к. по определению вронскиан в интервалах линейной зависимости будет стремиться к нулю, то для удобства анализа найдем вспомогательную функцию – обратную пропорциональность (Выгодский, 2006) от значений вронскиана:

$$f(z) = 1/w(z), \quad (3)$$

где  $w(z)$  – значения вронскиана по глубине.

Тогда в интервалах с малыми значениями вронскиана будут наблюдаться максимумы (рис. 8, кривая «*v*» или рис. 9,  $w_1 \dots w_4$ ):

При таком способе анализа (рис. 9) каждый из вронскианов имеет характерный «резонансный» максимум (кривые  $w_1 \dots w_4$ ). Интервал максимума приурочен к области, где исходная термограмма имеет линейный тренд (рис. 8, отрезки  $g_1 \dots g_4$ ). Т.е. использование метода вронскиана в этом случае позволяет по всей длине скважины выделить участки с линейным и одинаковым трендом. Таким образом, предлагается новый метод и признак для выделения линейной зависимости на термограммах, зарегистрированных в остановленной скважине на основе обработки вронскианом. Это позволит автоматизировать процесс поиска линейных зависимостей на промышленовой термограмме при одинаковом и различающемся литологическом строении пластов.

## Заключение

В результате проведенных исследований показано, что при обработке термограммы с помощью построения специальной функции – вронскиана – возможно выделение линейной зависимости по глубине. Приведенный метод позволяет создать алгоритм по обработке промышленных термограмм с целью определения характеристик

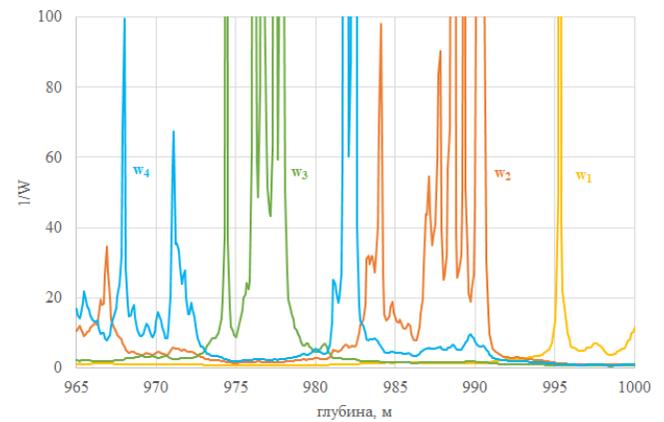


Рис. 9. График обратной пропорциональности от вронскиана для поиска линейного тренда:  $w_1 \dots w_4$  – вронскианы

теплого поля вокруг скважин. В частности, возникает возможность выделения участков геотермического распределения используя свойство равенства нулю вронскиана в участках линейной зависимости температуры от глубины. Следует отметить, что предлагаемый метод использования вронскиана дополняет классический способ определения геотермического распределения в скважине. Полученное геотермическое распределение позволяет восстановить начальное, невозмущенное работой скважины, тепловое поле. Использование этой информации при решении задачи о выделении работающих интервалов повышает достоверность интерпретации промысловых термограмм.

Для подтверждения полученных закономерностей были привлечены результаты промысловых исследований добывающих скважин. Таким образом, использование методологии зависимости/независимости нескольких функций с применением вронскиана позволяет определить интервалы геотермического распределения из результатов обработки промысловых термограмм, а также определить теплофизические параметры системы «скважина – пласт».

## Финансирование/Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда по теме: «Разработка инновационной технологии на основе метода активной термометрии для решения задач экологии пресноводных горизонтов», соглашение № 23-17-20017 от 20 апреля 2023 г.

Авторы выражают большую благодарность рецензентам за ценные замечания и предложения, которые способствовали улучшению работы.

## Литература

- Валиуллин Р.А., Шарафутдинов Р.Ф., Хабиров Т.Р., Ахметов К.Р., Мызников Ю.Г., Бакиев И.Р., Кудряшова С.Г. (2013). О количественном определении состава притока с использованием распределенных влагомеров. *Георесурсы*, 3(53), с. 21–24. <http://dx.doi.org/10.18599/grs.53.3.7>
- Валиуллин Р.А., Шарафутдинов Р.Ф., Федотов В.Я., Закиров М.Ф., Шарипов А.М., Ахметов К.Р., Азизов Ф.Ф. (2015). Использование нестационарной термометрии для диагностики состояния скважин. *Нефтяное хозяйство*, (5), с. 93–95.
- Валиуллин Р.А., Рамазанов А.Ш., Закиров М.Ф. (2022a). Симулятор «Ansim» для расчета распределения температуры в многопластовой скважине по аналитическим моделям. Роспатент. Свидетельство о регистрации ПО №2022614547, Москва.

Валиуллин Р.А., Рамазанов А.Ш., Хабилов Т.Р., Садретдинов А.А., Закиров М.Ф., Шарафутдинов Р.Ф., Яруллин Р.К. (2022б). Опыт использования симуляторов при интерпретации термических и термогидродинамических исследований. *ПРОНЕФТЬ. Профессионально о нефти*, 7(1), с. 99–109.

Выгодский М.Я. (2006). Справочник по элементарной математике. М.: АСТ:Астрель, 509 с.

Гладких Б.А. (2011). Методы оптимизации и исследование операций для бакалавров информатики. Томск: Издательство НТЛ, 264 с.

Демежко Д.Ю., Хашкевич Б.Д., Миндубаев М.Г. (2020). Методы подавления свободной тепловой конвекции в водонаполненных скважинах при проведении температурных исследований. *Георесурсы*, 22(1), с. 55–62. <https://doi.org/10.18599/grs.2020.1.55-62>

Закиров М.Ф., Рамазанов А.Ш., Шарафутдинов Р.Ф. (2022). Влияние геотермического градиента на профиль квазистационарной термограммы в добывающей скважине. Материалы международной конференции TNS304. СПб: ГНИИ «Нацразвитие», с. 33–35.

Закиров М.Ф., Шарафутдинов Р.Ф., Валиуллин Р.А., Низаева И.Г. (2020). Математическое моделирование термогидродинамических процессов в пласте с гидроразрывом в режиме нагнетания флюида. *Тезисы докладов EAGE Saint Petersburg 2020: 9-я международная геолого-геофизическая конференция «Санкт-Петербург 2020. Геонауки: трансформируем знания в ресурсы»*. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202053031>

Захарченко Л.И. (2017). Геофизические методы контроля разработки МПИ. Ставрополь: СКФУ, 249 с.

Зеливянская О.Е. (2016). Математическое моделирование: лабораторный практикум. Ставрополь: СКФУ, 144 с.

Ильин В.А. (2010). Линейная алгебра. Курс высшей математики и математической физики, 6-е изд. М.: Физматлит, 278 с.

Меркулов В.П. (2008). Геофизические исследования скважин. Томск: Изд-во ТПУ, 139 с.

Митрофанов Г.М. (2019). Обработка и интерпретация геофизических данных. 2-е изд. Новосибирск: НГТУ, 168 с.

Рамазанов А.Ш. (2017). Теоретические основы скважинной термометрии: учебное пособие. Уфа: РИЦ БашГУ, 114 с.

Санду С. Ф. (2015). Оператор по исследованию скважин. Томск: Изд-во ТПУ, 120 с.

Туктамышева Л.М. (2008). Моделирование и прогнозирование на основе методов экспоненциального сглаживания: методические указания к лабораторному практикуму и самостоятельной работе студентов. Оренбург: ГОУ ОГУ, 53 с.

Ramazanov A., Valiullin R., Sharafutdinov R., Khabirov T., Sadretdinov A., Zakirov M., Islamov (2016). The use of simulators for designing and interpretation of well thermal survey. *7th EAGE Saint Petersburg International Conference and Exhibition: Understanding the Harmony of the Earth's Resources Through Integration of Geosciences*, pp. 957–961.

## Сведения об авторах

*Марат Финатович Закиров* – кандидат техн. наук, доцент кафедры геофизики, Уфимский университет науки и технологий

Россия, 450074, Уфа, ул. Заки Валиди, д. 32

e-mail: zakirovmf@mail.ru

*Рим Абдуллоевич Валиуллин* – доктор техн. наук, профессор, заведующий кафедры геофизики, Уфимский университет науки и технологий

Россия, 450074, Уфа, ул. Заки Валиди, д. 32

*Статья поступила в редакцию 14.04.2023;*

*Принята к публикации 14.08.2023;*

*Опубликована 30.12.2023*

IN ENGLISH

ORIGINAL ARTICLE

# Using the vronskian to analyse the thermogram of a producing well

R.A. Valiullin, M.F. Zakirov\*

Ufa University of Science and Technology, Ufa, Russian Federation

\*Corresponding author: Marat F. Zakirov, e-mail: zakirovmf@mail.ru

**Abstract.** The functional dependence of thermograms in producing wells has been studied in order to determine the initial temperature distribution along the wellbore. Information about the initial thermal field makes it possible to ensure the reliability of solving the problem of determining the operating intervals in production wells. In this paper, we propose a method for isolating the linear dependence on the thermogram profile in the intervals of the absence of fluid movement (in the sump of a working and along the trunk of an idle well) by constructing a special function – the vronskian. In this paper, it is established that the use of the vronskian can be used to restore the geothermal distribution, as well as to obtain the value of the geothermal gradient and temperature in the analysis of the thermogram. To discuss the possibilities of the proposed method, three cases were used: a model and two thermograms in a real field study. The first option considered is a synthetic thermogram with a quasi-stationary mode of operation of the well. In the second and third cases, the results of thermometric studies in the well with a short-term inflow from the reservoir with the same and different lithological structure of the intervals in the sump are presented. The obtained algorithm can be used to isolate the intervals of linear dependence during express processing of registered

thermograms in order to obtain quantitative parameters of the operation of the borehole-formation system.

**Keywords:** well, thermal field, thermogram, geothermal gradient, linear dependence, quasi-stationary mode

**Recommended citation:** Valiullin R.A., Zakirov M.F. (2023). Using the vronskian to analyse the thermogram of a producing well. *Georesursy = Georesources*, 25(4), pp. 260–266. <https://doi.org/10.18599/grs.2023.4.22>

## Acknowledgements

The work was carried out with the financial support of the Russian Science Foundation on the topic: «Development of innovative technology based on the method of active thermometry for solving problems of ecology of freshwater horizons», agreement No. 23-17-20017 of April 20, 2023.

## References

Demezhko D.Yu., Khatskevich B.D., Mindubaev M.G. (2020). Methods of suppressing free thermal convection in water-filled wells during temperature research. *Georesursy = Georesources*, 22(1), pp. 55–62. <https://doi.org/10.18599/grs.2020.1.55-62>

Gladkih B. A. (2011). Optimization Methods and Operations Research for Computer Science Bachelors. Tomsk: NTL, 264 p. (In Russ.)

- Ilin V.A. (2010). Linear Algebra. Course of Higher Mathematics and Mathematical Physics, 6th ed. Moscow: Fizmatlit, 278 p. (In Russ.)
- Merkulov V.P. (2008). Geophysical research of wells. Tomsk: TPU, 139 p. (In Russ.)
- Mitrofanov G.M. (2019). Processing and interpretation of geophysical data. 2nd ed. Novosibirsk: NGTU, 168 p. (In Russ.)
- Ramazanov A., Valiullin R., Sharafutdinov R., Khabirov T., Sadretdinov A., Zakirov M., Islamov (2016). The use of simulators for designing and interpretation of well thermal survey. *7th EAGE Saint Petersburg International Conference and Exhibition: Understanding the Harmony of the Earth's Resources Through Integration of Geosciences*, pp. 957–961. (In Russ.)
- Ramazanov A.Sh. (2017). Theoretical foundations of borehole thermometry. Ufa: RITS BSU, 114 p. (In Russ.)
- Sandy S.F. (2015). Well Survey Operator. Tomsk: TPU, 120 p. (In Russ.)
- Tuktamysheva L.M. (2008). Modeling and forecasting based on exponential smoothing methods: guidelines for laboratory practice and independent work of students. Orenburg: GOU OGU, 53p. (In Russ.)
- Valiullin R.A., Ramazanov A.Sh., Khabirov R.T., Sadretdinov A.A., Zakirov M.F., Sharafutdinov R.F., Jarullin R.K. (2022a). The experience of using simulators in the interpretation of thermal and thermohydrodynamic studies. *PRONEFT. Professionalno o nefi*, 7(1), pp. 99–109. (In Russ.)
- Valiullin R.A., Ramazanov A.Sh., Zakirov M.F. (2022b). Simulator «Ansim» for calculating the temperature distribution in a multilayer well according to analytical models. Russian Agency for Patents and Trademarks. Certificate No. 2022614547. (In Russ.)
- Valiullin R.A., Sharafutdinov R.F., Fedotov V.J., Zakirov M.F., Sharipov A.M., Achmetov K.R., Azizov F.F. (2015). The use of non-stationary thermometry to diagnose the condition of wells. *Neftyanoe khozyaystvo = Oil industry*, 5, pp. 93–95. (In Russ.)
- Valiullin R.A., Sharafutdinov R.F., Khabirov R.T., Ahmetov K.R., Misnikov U.G., Bakiev I.R., Kudryashova S.G. (2013). The Quantitative Measurement of Inflowing Stream Composition with the Use of Distributed Moisture Meters. *Georesursy = Georesources*, 3(53), pp. 21–24. (In Russ.) <http://dx.doi.org/10.18599/grs.53.3.7>
- Vygodskij M. YA. (2006). Handbook of Elementary Mathematics. Moscow: AST: Astrel, 509 p. (In Russ.)
- Zaharchenko L.I. (2017). Geophysical methods of monitoring the development of MPI. Stavropol: SKFU, 249 p. (In Russ.)
- Zakirov M.F., Ramazanov A.Sh., Sharafutdinov R.F. (2022). The effect of the geothermal gradient on the profile of the quasi-stationary thermogram in the producing well. *Proc. International Conference TNS304. St. Petersburg: GNII "Natsrazvitie"*, pp. 33–35. (In Russ.)
- Zakirov M.F., Sharafutdinov R.F., Valiullin R.A., Nizaeva I.G. (2020). Mathematical modeling of thermohydrodynamic processes in a reservoir with hydraulic fracturing in the fluid injection mode. *EAGE Saint Petersburg 2020: 9th International Geological and Geophysical Conference "St. Petersburg 2020. Geosciences: transforming knowledge into resources". Abstracts*. (In Russ.) <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202053031>
- Zelivyanskaya O.E. (2016). Mathematical modeling: laboratory workshop. Stavropol: SKFU, 144 p. (In Russ.)

### About the Authors

**Marat F. Zakirov** – Cand. Sci. (Engineering), Associate Professor of the Department of Geophysics, Ufa University of Science and Technology  
32 Zaki Validi st., Ufa, 450074, Russian Federation  
e-mail: zakirovmf@mail.ru

**Rim A. Valiullin** – Dr. Sci. (Engineering), Professor, Ufa University of Science and Technology  
32 Zaki Validi st., Ufa, 450074, Russian Federation

*Manuscript received 14 April 2023;  
Accepted 14 August 2023; Published 30 December 2023*